$h(-6) = \frac{1}{6}$

$h(1) = 1$

$\lim\limits_{x\to 2} h(x) = \lim\limits_{x\to 2} \frac{1}{f(x)} = 0$

$h([-6,2[) =]0,1]$

x	2		4
h(x)	| 0	↗	1/2

$h(]2,4]) = \left]0,\frac{1}{2}\right]$

c) $\lim\limits_{x\to 2} h(x) = 0$

h est prolongeable par continuité en 2

EX 26 :

$f(x) = 2\sqrt{x} + \frac{1}{x} - 3$

$D_f =]0,5]$

1) f est continue sur $]0,5]$ comme étant somme de fonctions continues

2) • f est décroissante sur $]0,1]$

• f est croissante sur $[1,5]$

3) · $f(]0,1]) = \left[f(0), \lim\limits_{x\to 0^+} f\right[= [0,+\infty[$

· $f([1,5]) = [f(1), f(5)] = \left[0, 2\sqrt{5} - \frac{14}{5}\right]$

4) a) $2\sqrt{x} + \frac{1}{x} = 4 \Leftrightarrow f(x) = 1$

l'équation admet deux solutions

b) $\varphi(x) = f(x) - 1$ (calculatrice)

* $\varphi(0,3).\varphi(0,4) < 0 \Rightarrow 0,3 < x' < 0,4$

* $\varphi(3,5).\varphi(3,6) < 0 \Rightarrow 3,5 < x'' < 3,6$

EX 27 :

$f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{x-1}$

$D_f = [0,+\infty[/ \{1\}$

1) $x \in]0,+\infty[/ \{1\}$

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{(x-1)^2} > 0$

f est strictement croissante sur chacun des intervalles $[0,1[$ et $]1,+\infty[$

2) f est continue et strictement croissante sur $[0,1[$

d'où $f([0,1[) = \left[f(0), \lim\limits_{x\to 1^-} f\right[= [1,+\infty[$

• f est continue et strictement croissante sur $]1,+\infty[$

d'où $f(]1,+\infty[) = \left]\lim\limits_{x\to 1^+} f, \lim\limits_{+\infty} f\right[=]-\infty,+\infty[= \mathbb{R}$

3) a) dans $\left[\frac{3}{2},2\right]$

$(x-1)\sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{x-1} \Leftrightarrow \sqrt{x} - \frac{1}{x-1} = 0$

$\Leftrightarrow f(x) = 0$

• f est continue sur $\left[\frac{3}{2},2\right]$

$f(\frac{3}{2}) \times f(2) = (\sqrt{\frac{3}{2}} - 2)(\sqrt{2} - 1) < 0$

d'où l'équation : f(x)=0 admet une solution α dans $\left[\frac{3}{2},2\right]$

comme f est strictement croissante alors α est unique

par suite : l'équation : $(x-1)\sqrt{x} = 0$ admet α comme unique solution dans $\left[\frac{3}{2},2\right]$

b) f(1,7).f(1,8)<0 donc $1,7 < \alpha < 1,8$

une valeur approchée de α à 10^{-1} prés est 1,7

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn